



LOGICTREE®

LOGICTREE Program

教材見本

不許複製

Intensive Course

株式会社**LOGICTREE**

ゲーム感覚で、ステージクリア。

LOGICTREE プログラムでは、「平面図形」「論理」「場合の数・場合分け・整数など」「立体図形」の、4つの分野ごとにクリアしていく指標としてのステージを設定しています。4つの分野の各ステージには「クリア問題」が1～3問あり、この問題を解くことでステージクリアをしていきます。各ステージの「クリア問題」がすべて解けると、その分野のステージクリアとなります。ゲーム感覚のようにステージクリアを進めていき、4つの分野のクリアステージがそろったときに、ステータスとして「**ステージクリア認定**」を獲得できます。

ステータス “ステージ 1 クリア認定”

STAGE	平面図形	論理	場合の数・場合分け・整数など	立体図形
1	ドット座標系で図形を見つけて面積を求める① 4マス図形と5マス図形をすべてかき出す 線対称図形と点対称図形をかく	真実かウソか① 真実かウソか②	分子が1の分数① 分子が1の分数②	点を結んで図形をかく① 平面が通過する立方体の個数① 体積の差・表面積の差
2	ドット座標系で図形を見つけて面積を求める② かくれた図形を色塗りする① Qは線対称図形になるのか??	テストの順位① テストの順位②	足し算① 足し算②	点を結んで図形をかく② 直線が通過する立方体の個数① 体積と表面積を文字式で表す
3	6マス図形で、立方体の展開図をかき出す サイコロ展開図を見つける① 弧の長さ、通過面積	3人の容疑者 4人の容疑者①	カードの分け方① カードの分け方②	重なった立体を切断する① 平面が通過する立方体の個数② ねじれの位置と垂直
4	かくれた図形を色塗りする② サイコロ展開図を見つける② 合同をかいてみる、対応を考える	4人の容疑者② 5人の容疑者	足し算③ カードの分け方③	切り口を考える① 直線が通過する立方体の個数② 回転体の体積①
5	パーツを使って線対称図形をつくる① 動いた長さ 合同でない図形をかいてみる	てんびんの使い方① てんびんの使い方②	立方体 正8面体	切り口を考える② 回転体の体積② 平面が通過する立方体の個数③
6	パーツを使って点対称図形をつくる① 作図① 7人の作図	テストの順位③ テストの順位④	カードの分け方④ カードの分け方⑤	重なった立体を切断する② 展開図に頂点を書き込む

「ヒント問題とその解説」が強い味方です。

各ステージの「クリア問題」には、原則「ヒント問題とその解説」がついています。生徒は自分自身でその「ヒント問題とその解説」を読むことで、「クリア問題」の解法へのアプローチを知ることができるようになっていきます。自分自身で解決していくことで、自然と力がついていくように工夫された「クリア問題」を、しっかりクリアしていきましょう。

先生 ID でログインすると、教室ごとの生徒状況に基づき、クリアすべきステージの「クリア問題」と「ヒント問題とその解説」がセットになってプリントアウトされるようになっています。学習意欲のある生徒に対しては、✓ボタンを解除して「クリア問題」だけを与えて、しっかり考えさせるという方法もできます。

ご担当の先生は解答をご覧頂き、「クリア問題」ごとに生徒の解答をチェック✓してください。正解ならシステムにクリア✓を入力して頂くこととなります。先生のクリア✓の入力をもって、生徒はクリアしたこととなります。



生徒ID

教室名

名前

認定者()

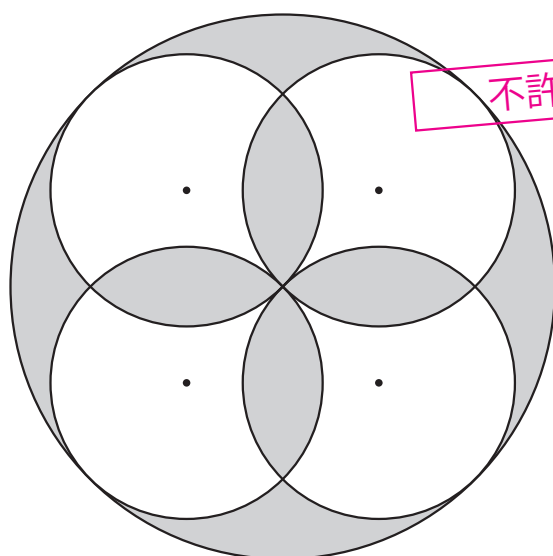
問題

図のように、半径 12cm の円の内部に、半径 6cm の円が 4 つある。

小さい円の中心を結ぶと正方形になるとする。

影をつけた部分の、周囲の長さと面積を求めなさい。

ただし、円周率は π とする。



問題の意図

円問題では、位置関係をうまく捉えることが重要です。正方形と円・半円など、うまく位置関係を理解すると、計算も楽になりますし、ミスも少なくなります。一度、全体の位置関係を捉えて見てください。



数字を並べる①

生徒ID

教室名

名前

問題

自然数 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7... 21 が書かれたカードを、
次のルールで箱に入れる。次の問いに答えなさい。

A	B	C
1	2	3
4	5	6
7	...	...
...	...	...
...		

不許複製

- (1) 「8」 は、A, B, C のどの箱に入っているか、求めなさい。
- (2) 「21」 は、A, B, C のどの箱に入っているか、求めなさい。

問題の意図

余りの規則性に取り組む問題です。この問題では「3で割った余り」に注目しますが、カレンダーでは、「7で割った余り」に注目します。初期段階として、余りと位置の規則性を学んでいきましょう。



問題

ルールにならって、次の問いに答えなさい。

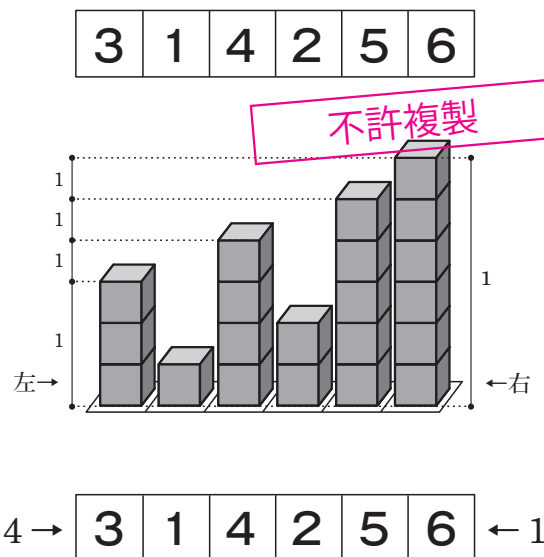
【ルール】

① 1列のマスの中には、1～6の数字がそれぞれ1つつ入る。

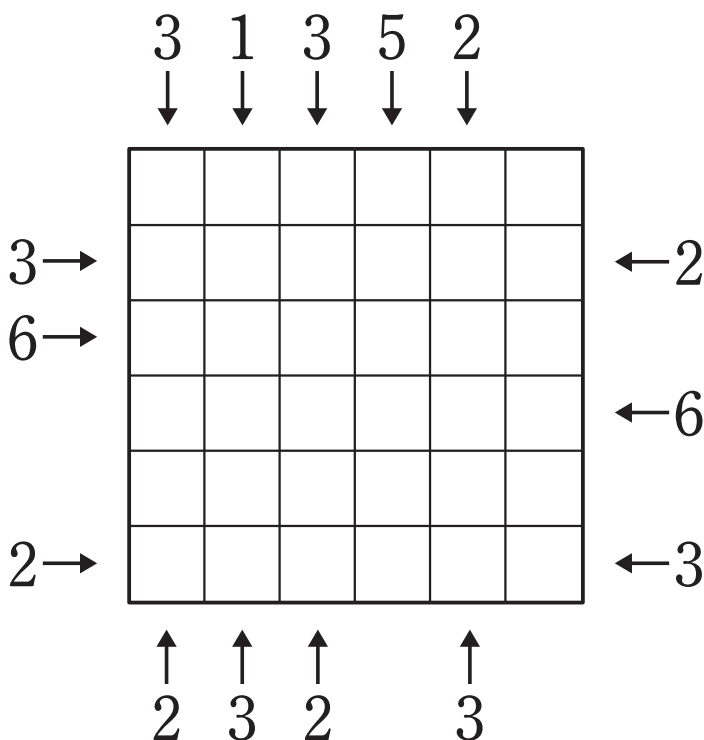
その数字は、そのマスに積み重ねる「積み木（立方体）」の個数（ビルの階数）を表している。

② 例えば、**3 1 4 2 5 6** なら、積み木は右のようなビルになる。

③ これを左側から見ると、3階と4階と5階と6階のビルが4つ見えるので、「4→」と表し、右側から見ると、6階のビルが1つしか見えないので、「←1」と表すことにする。



それぞれの方向から見て、矢印の数字になるように、すべての列の各マスに1～6の数字を入れなさい。
タテ・横とも、同じ列の中に同じ数字は入らない。



問題の意図

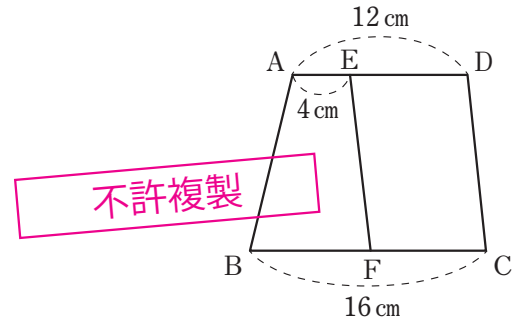
ビルパズルの問題は、見たことがある人も多いでしょう。しかし、6階ビルのように、レベルが上がってくると、見え方の関係性が複雑になります。そこで、仮にこの位置に「6」と仮置きする考え方も有効です。粘り強く、取り組んでください。



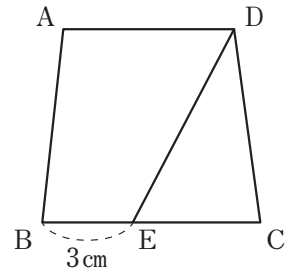
問題

次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図において、台形 ABFE と台形 CDEF の面積比が $3 : 4$ のとき、
BF と FC の長さを求めなさい。



- (2) 右の図において、台形 ABED と $\triangle CDE$ の面積が等しく、 $AD : BC = 7 : 9$ のとき、
EC の長さを求めなさい。



問題の意図

低学年の時に、確実に身につけてもらいたい面積の比から長さを求める問題です。仮の高さを設定して解いてみるのも良いでしょう。(上底+下底)の合計と、比の関係が理解できるようになると思います



正解は、どれだ①

生徒ID

教室名

名前

問 題

[例]

何人かでテストを受けた。問題は1問10点の選択式で、
①か②をマークして解答する。

Cさんのテストの得点を答えなさい。

	第1問	第2問	得点
Aさん	①	①	10
Bさん	①	②	20
Cさん	②	②	?

不許複製

Bさんは2問とも正解なので、各問題の答えが判定できる。
よって、Cさんは10点。

テストの結果が次の場合、Dさんの得点を答えなさい。

	第1問	第2問	第3問	得点
Aさん	①	②	①	20
Bさん	①	②	②	10
Cさん	①	①	②	0
Dさん	②	②	②	?

問題の意図

2つの選択肢で合計3問のテストの場合、合計8通りの正解の可能性があります。この中から今回の事例に合うものを見つけ出すことで、Dさんの得点は決定できます。全ての場合の中から理詰めで、この点だと決められるようになりましょう。



数字で表を作る③

生徒ID

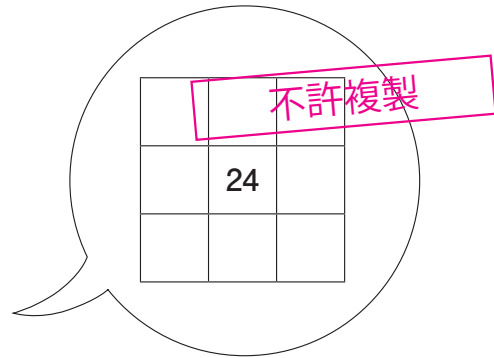
教室名

名前

問題

ある年の3月のカレンダーがある。次の問いに答えなさい。

3月						
日	月	火	水	木	金	土
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...



- (1) 5月8日は何曜日か答えなさい。
- (2) 6月24日を中心とする9個のマスに含まれる、全ての数の合計を求めなさい。

問題の意図

カレンダーでは、「7で割った余り」に注目します。しかし、曜日の規則性を上手くつかまないと、何曜日かは説明できません。また、別の月になると、どうなるのか。一年先はどうなるのかも、扱っていきます。

数字の和⑨

クリア認定



生徒ID

教室名

名前

認定者()

問題

自然数 1, 2, 3, 4... を次の表のように並べる。次の問いに答えなさい。

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...

[十字型の和] の例

ある数を中心として、その数から同じ個数を上下左右に選んだ型とする。

...	4	...
10	11	12
...	18	...

11 を中心とすると、上に延ばす限界がある。

18 を中心とすると、2 通りがある。

...	11	...
17	18	19
...	25	...

...	...	4	...	...
...	...	11	...	...
16	17	18	19	20
...	...	25	...	...
...	...	32	...	...

不許複製

- (1) 中央の数が 24 である十字型の和を答えなさい。
- (2) 十字型の和が 270 のとき、中央の数を答えなさい。

問題の意図

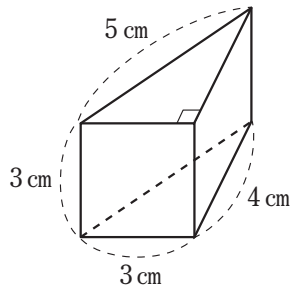
自然数の規則的な配置の問題は、今までも取り組んでももらいました。十字数の合計も規則性があります。1つ増減・7つ増減などに気づけば、簡単に扱えるようになります。中心の数を核に、うまく規則を発見してください。



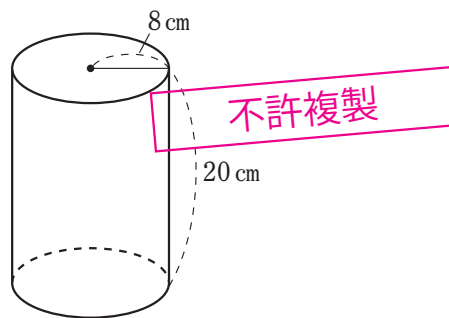
問題

次の立体の表面積と体積を求めなさい。

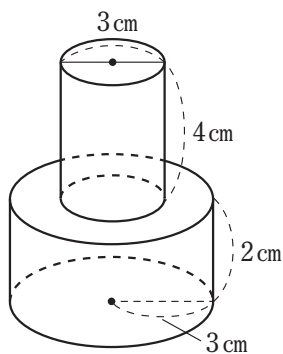
(1)



(2)



(3)



問題の意図

立体図形の体積と表面積を計算する問題です。int12 からは、円周率を π (パイ) として扱っていますので、 $64\pi + 12$ のような答え方で構いません。どうしても 3.14 で計算している生徒がいらっしゃる場合は、お手数ですが、検算をお願いいたします。

余りの迷路④

クリア認定



生徒ID

教室名

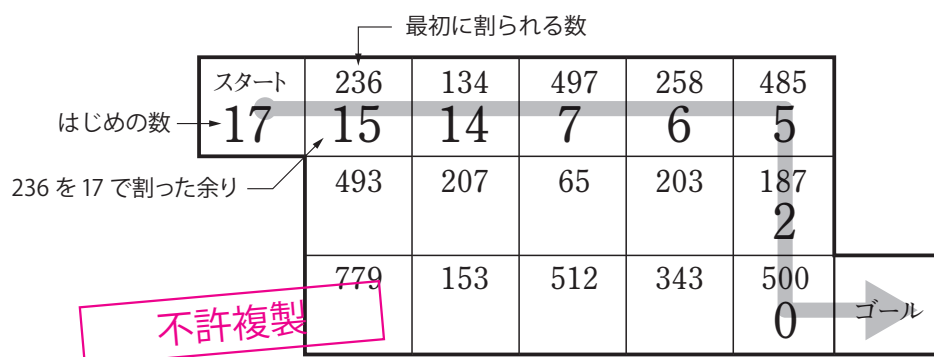
名前

認定者()

問題

[ルール]

- ①スタートにある数を持って始める。ここでは「17」になる。
- ②1つ進んだところで、書かれている数 236 を 17 で割ると、余りは 15 になる。次は「15」を持ったことになる。
- ③右か下に 1 つずつ進みながら、最後に余りが「0」になるとゴールできる。
- ④途中で「0」が出ると、次は「0」で割ることはできないので、その場でストップ。



余りを調べながら進み、ゴールしなさい。

スタート 9	241	356	254	275
	494	305	202	342
	779	354	290	256
			0	ゴール

問題の意図

「9」で割ると余りは 8 以下の数になりますが、次の「余り」をもって進むというルールをしっかりと理解して進んでください。途中で割り切れると、そこでストップです。余りを持った進み方を見つけていくと、ゴールは近づいてきます。

線対称をかく②

クリア認定



生徒ID

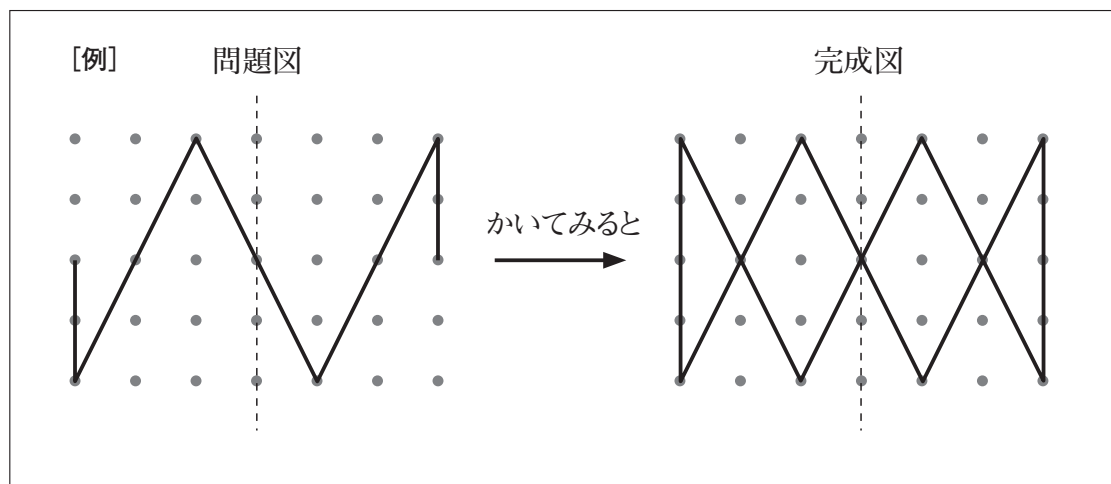
教室名

名前

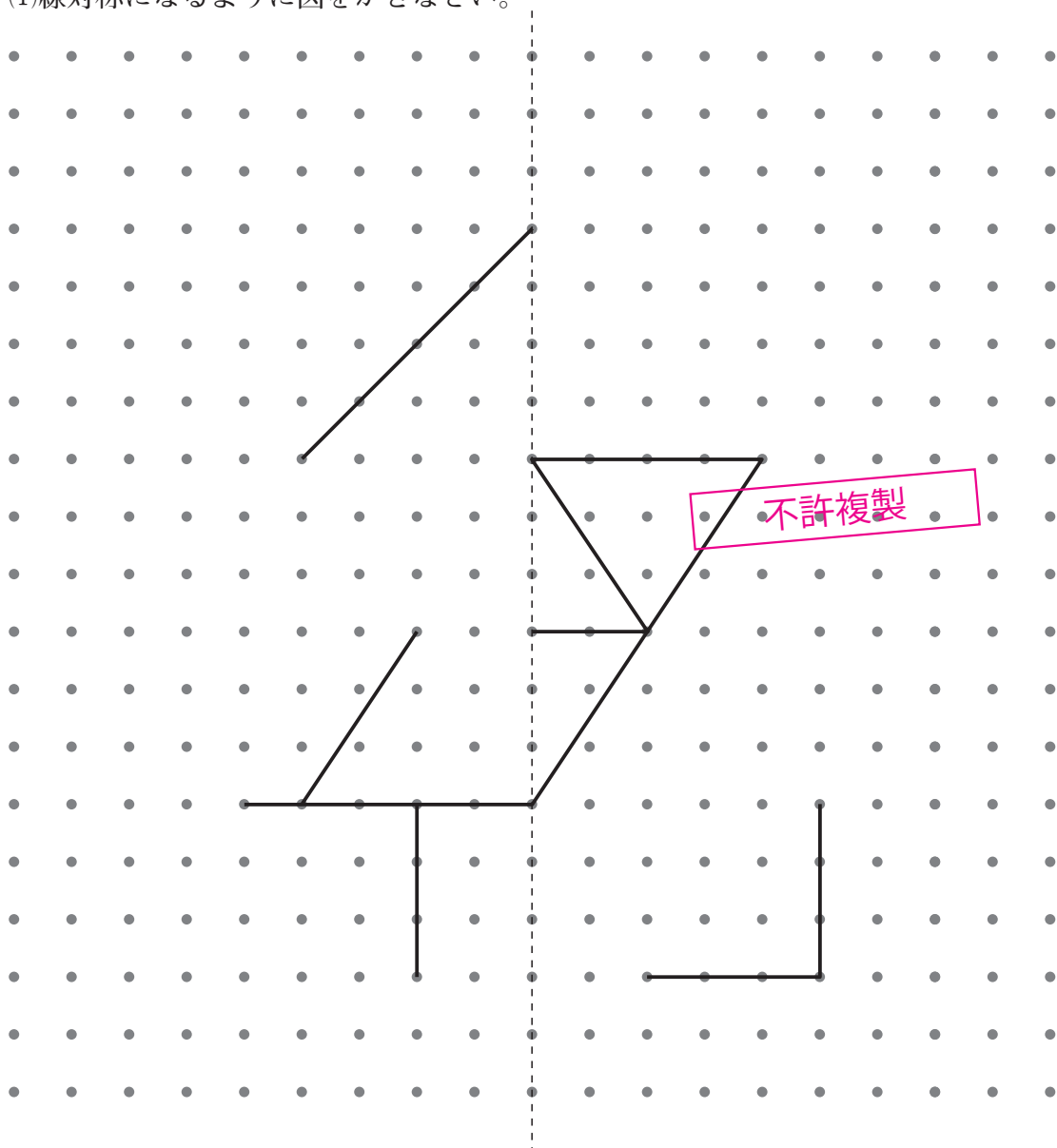
認定者()

問題

下の例にならって、次の問いに答えなさい。



(1)線対称になるように図をかきなさい。



不許複製

線対称をかく②

クリア認定



生徒ID

教室名

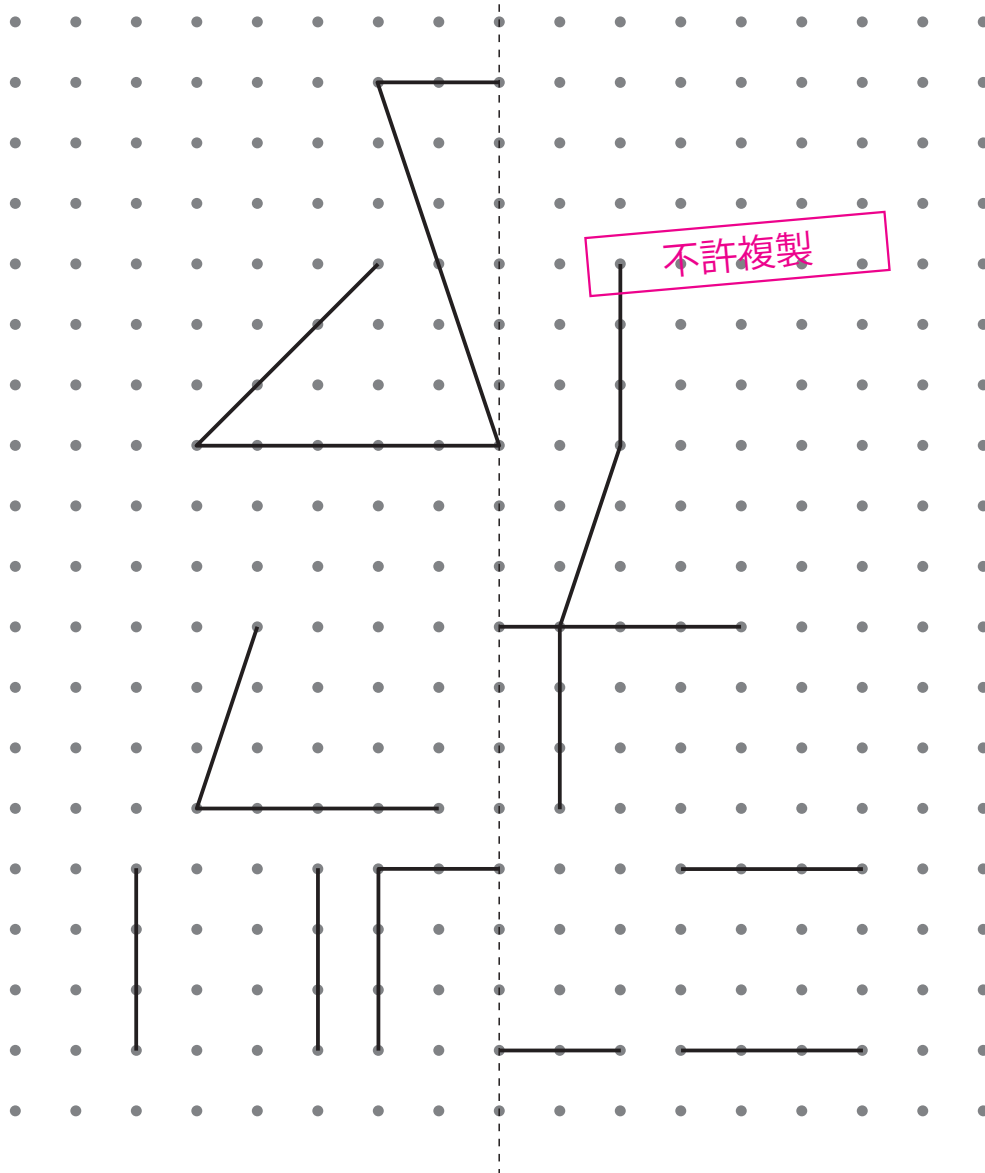
名前

認定者()

問題

問題のつづき2

(2)線対称になるように図をかきなさい。



問題の意図

ドットを用いながら、線対称を学んでいきます。図形全体を見ようとするのではなく、「点」を意識することで、自然に線対称の図形のかきかたが身についていきます。

倍数の和と差②

クリア認定



生徒ID

教室名

名前

認定者()

問 題

次の問いに答えなさい。

(1)アメ玉が7個入ったふくろがたくさんある。

AさんとBさんは、このふくろの山からそれぞれ何個かのふくろを取った。

下の表を完成させなさい。

Aさんが取ったふくろの数	1	2	2	3	2	5	4	3	2
Bさんが取ったふくろの数	1	1	2	2	4	2	4	6	8
Aさんがもらったアメ玉の数	7	14							
Bさんがもらったアメ玉の数	7	7							
2人がもらったアメ玉の数の合計	14	21							

不許複製

(2)アメ玉が7個入ったふくろがたくさんある。

Aさんはふくろの山から何個かのふくろを取り、

あとでBさんにアメ玉の入ったふくろを分けてあげた。

下の表を完成させなさい。

Aさんが最初にとったふくろの数	5	7	8	10	9	8	10	9	10
AさんがBさんにあげたふくろの数	4	5	5	6	4	2	3	1	1
Aさんが最初にとったアメ玉の数	35	49							
Bさんがもらったアメ玉の数	28	35							
最後にAさんが持っているアメ玉の数	7	14							

問題の意図

かけ算の確認をしながら表を完成させていきます。「 n の倍数どうしを足しても引いても、 n の倍数がで上がる。」という整数の基本を身につけることで、ユークリッドの互除法などの約数の扱い方への理解が深まります。



指折りかけ算①

生徒ID

教室名

名前

問題

Aさんのクラスに海外から留学生のFさんがやってきた。

Aさんたちは 1×1 から 9×9 までの81個のかけ算を覚えているが、

Fさんは 1×1 から 5×5 の25個しか覚えていないそうだ。

日本の九九表

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Fさんの九九表

	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	10
3	3	6	9	12	15
4	4	8	12	16	20
5	5	10	15	20	25

日本の九九表

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

ある日、Fさんは上の右側にある九九表の色付き部分の計算について、

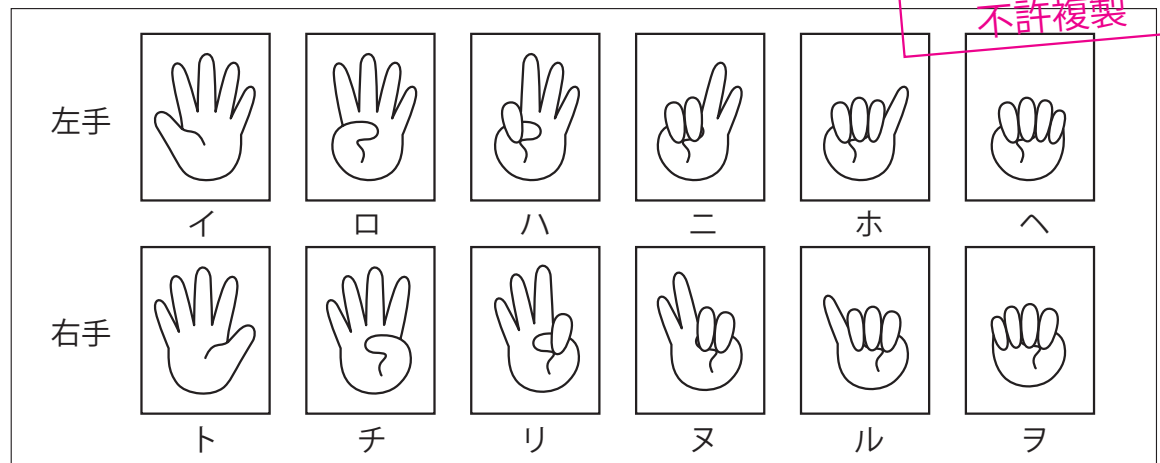
次のような指を使った不思議な計算をしていた。

Fさん「まずはここの部分の計算を試みるね。」

2の段なら20、3の段なら30から引くだけでいいんだよ。」

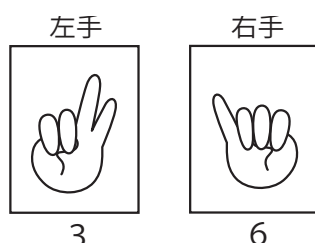
こういいながらFさんはいくつか例を見せてくれた。

なお、Fさんは数を数えるとき、手を開いた状態から順に、親指から指を折っていき、5を数えた後、今度は小指から順に開いていく。



(例) 3×6 は18の場合

Fさん「3の段なら30から左と右の折った指の数のかけ算を引ただけだよ。」



○左手と右手について、それぞれ折っている指が何本あるかを数えてみよう。

折っている指の数

左手	右手
3	4

折っている指の数をかけるといくらだろう。

3	$\times$	4	$=$	12
---	----------	---	-----	----

3の段なら30から引いてみよう。

30	$-$	12	$=$	18
----	-----	----	-----	----



指折りかけ算①

生徒ID

教室名

名前

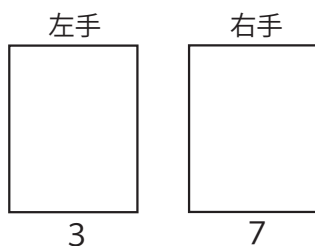
問題

問題のつづき 2

次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1) 3×7 は 21

□に当てはまる左右の手をイ～ヲの中から選びなさい。



折っている指の数

左手 右手

折っている指の数をかけるといくらだろう。

$\times$ =

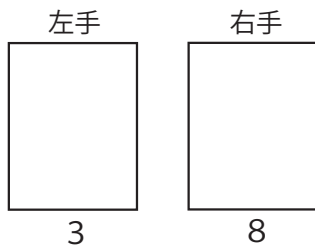
3の段なら30から引いてみよう。

30 - =

不許複製

(2) 3×8 は 24

□に当てはまる左右の手をイ～ヲの中から選びなさい。



折っている指の数

左手 右手

折っている指の数をかけるといくらだろう。

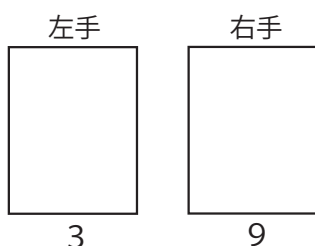
$\times$ =

3の段なら30から引いてみよう。

30 - =

(3) 3×9 は 27

□に当てはまる左右の手をイ～ヲの中から選びなさい。



折っている指の数

左手 右手

折っている指の数をかけるといくらだろう。

$\times$ =

3の段なら30から引いてみよう。

30 - =

問題の意図

学校で学んだ九九と目の前の指を折るという行動の対応を考えていきます。普段と違う方向から物事を見ることで、新しい気づきがあると思います。6級から4級にかけて「気がついたことが実際にどう使えるのか。」というところまで学んでいこうと思います。



サイコロの目①

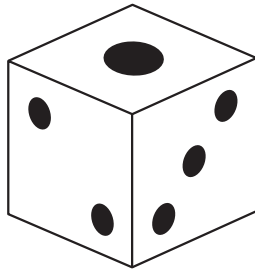
生徒ID

教室名

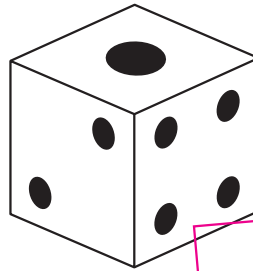
名前

問題

立方体のサイコロには、1, 2, 3, 4, 5, 6の6つの目があり、向かい合う面の目の和が7になるようにつくられている。しかし、目のつけ方で「1型」と「2型」の2種類がある。



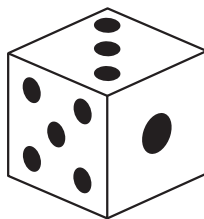
1 型



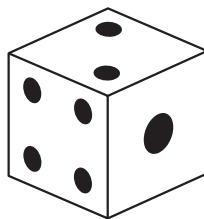
2 型

不許複製

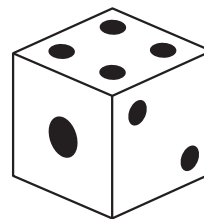
次のサイコロについて、「1型」, 「2型」を判定しなさい。



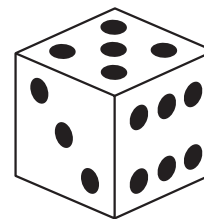
() 型



() 型



() 型



() 型

問題の意図

サイコロを用いて、鏡面の対称性を学んでいきます。実際に2つの型のサイコロを作って比較し、どうしても重ならない不思議さと楽しさを感じて頂ければと思います。また、対称性を認識した上で、どのように見分けるか。後の問題で、引き続き学んでいきます。



道順の数え方③

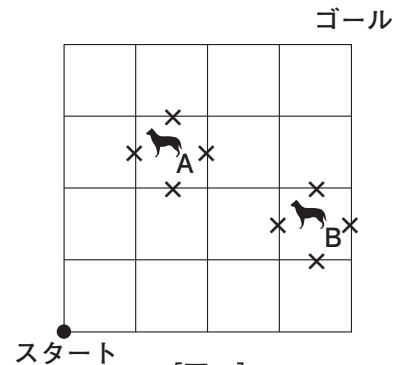
生徒ID

教室名

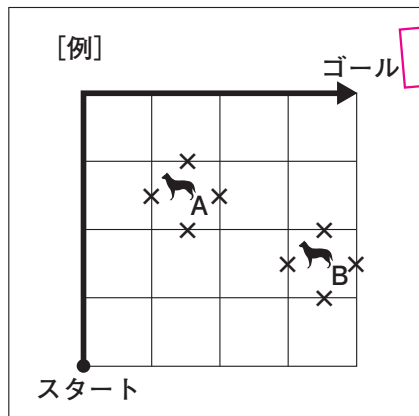
名前

問題

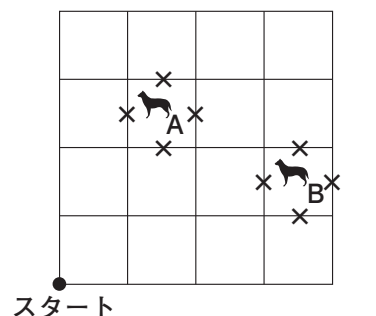
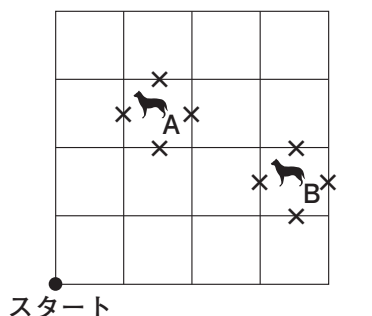
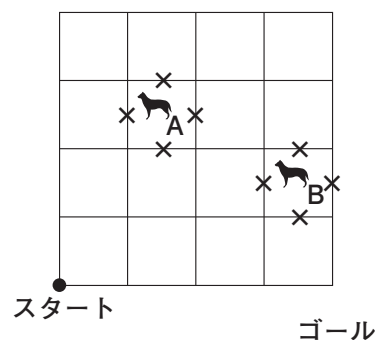
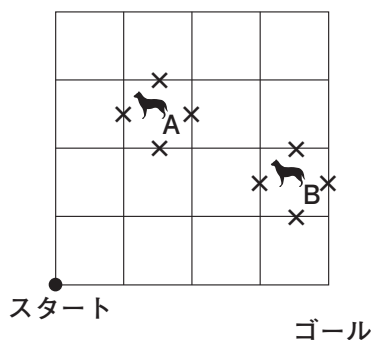
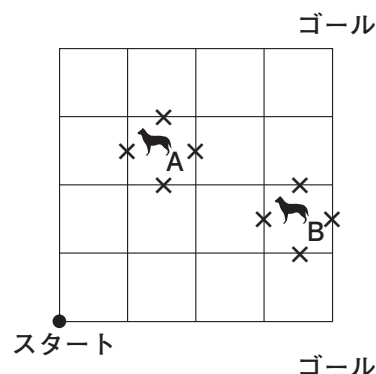
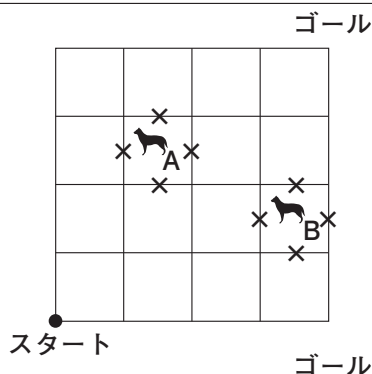
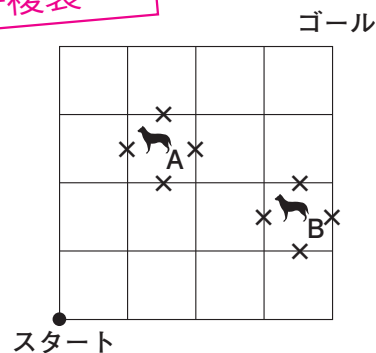
図1のような道がある。スタート地点からゴール地点まで寄り道をせずに歩く。A地点、B地点にある家では犬をかつている。Cさんは犬が苦手なので、家のまわりの道(×の道)を通らずに歩く方法は何通りあるだろうか。ただし、A地点、B地点のまわりにある4つの交差点は歩くことができるものとする。例のように、残りの図を完成させなさい。



【図1】



不許複製



問題の意図

実際に手を動かしながら「数える」ということを体験して頂きます。6級と比べて、数えるべきものの数が増えるにつれて、「数える」ことが大変になることがわかるでしょう。この問題点への対処法として、樹形図をかくこと、場合分けをすること、対応を考えること、規則性をつかむこと、1段階ずつ着実に学んでいきます。

対称図形のウラ①

クリア認定



生徒ID

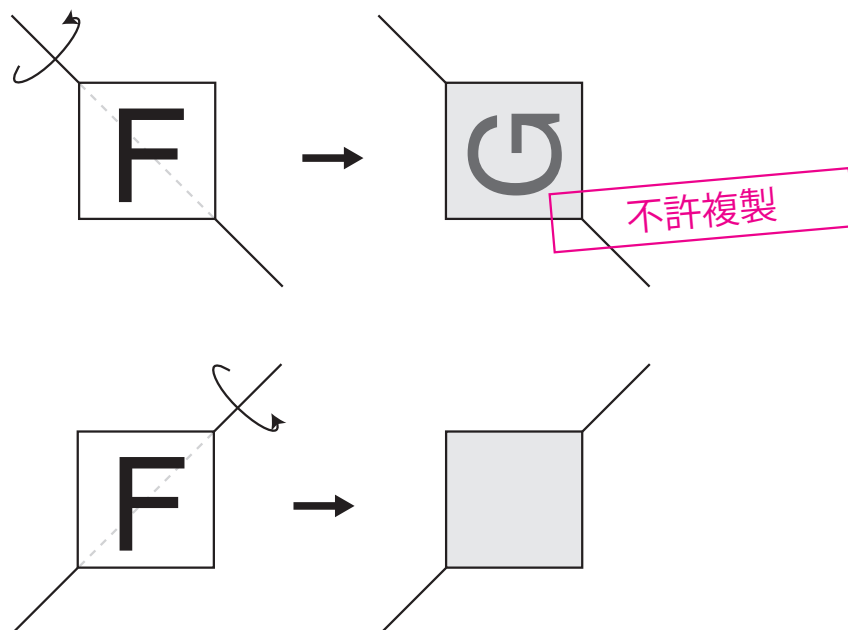
教室名

名前

認定者()

問題

図のような正方形にかかれたFを対称線でうら返すとGがかかれていた。
別の対称線で折り返したときの図をかきなさい。



問題の意図

正方形を裏返すという一見単純に見えることですが、頭の中で想像しようとするといかにうまくいきません。この後も、3級・2級で形を変えて考えることとなりますが、同じように、やはり「部分」に着目することで驚くほど簡単に答えにたどり着けます。基本に忠実に考えることの大切さがわかる問題です。



三面図②

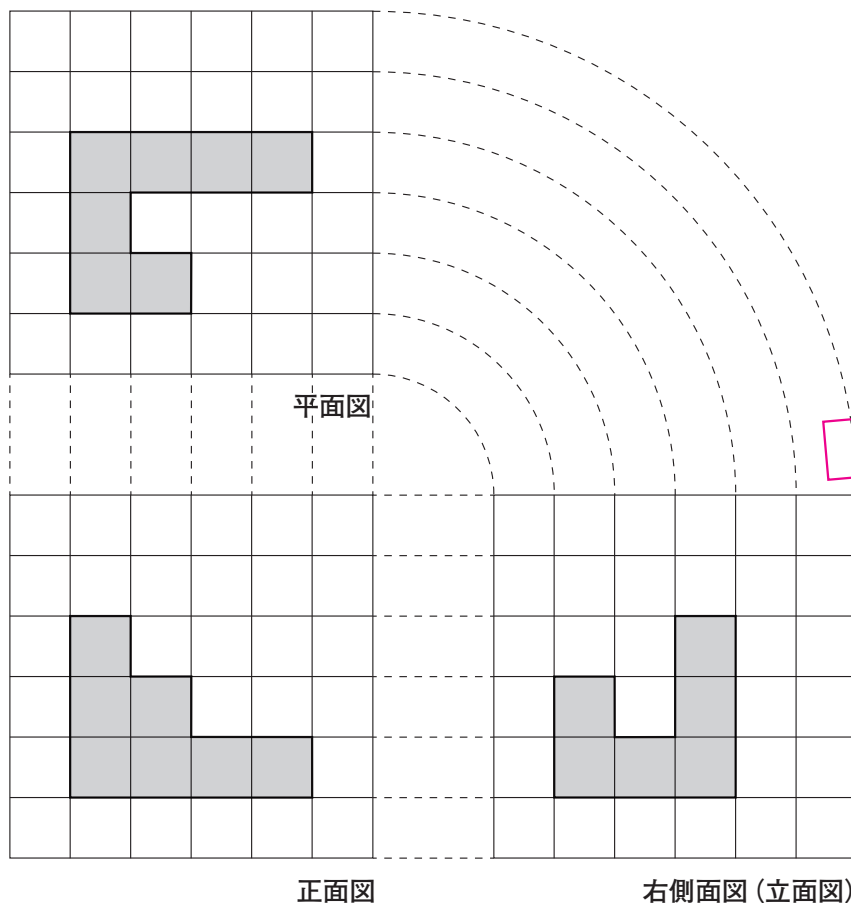
生徒ID

教室名

名前

問題

次の図のように三面図があるとき、
積み重ねられている立方体の状態が5通り考えられる。
すべての場合を考えて、それぞれの立方体の個数を答えなさい。



不許複製

[三面図]

[] 個が1通り、[] 個が3通り、[] 個が1通りある。

問題の意図

4級・3級・2級と三面図を学びます。立体を扱う上での基本の一つとして、射影をすることで平面として捉えるという手法があります。しかしながら、平面から立体を完全に再現できるかと言われるとそうではありません。問題を解きながら平面から立体を想像することの難しさと楽しさを知って頂きたいと思います。



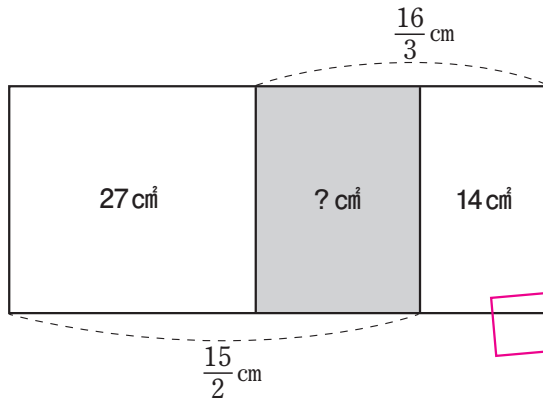
生徒ID

教室名

名前

問題

次の面積を求めなさい。



不許複製

問題の意図

1 問前の「面積と比例式①」の問題で、面積を実際に計算して求める方法と、面積を量として比較することで、比として面積を求める方法を学んでもらいました。

その次のステップとして、比を使い面積を扱う問題です。頭の体操のような 1 問ですが、困ったときはヒント問題を参考にして、自分で考えてみましょう。

面積と比例式②

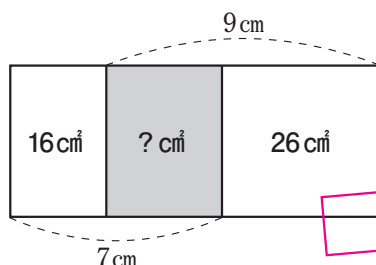
生徒ID

教室名

名前

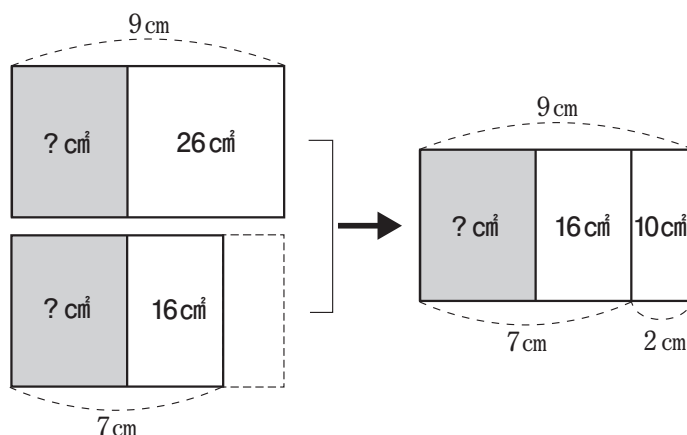
【ヒント問題①】

次の面積を求めなさい。



解説

共通部分が重なるように7cmの長方形を回転させると、下のような図になる。



これを重ね合わせると、

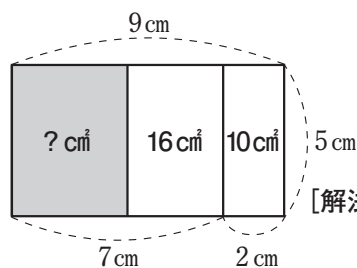
【解法 1】

10 cm²の面積が分かるので、縦が5 cmとわかる。

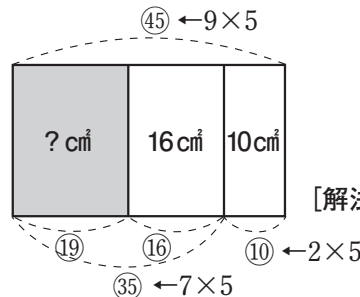
求める面積は、上の長方形全体の45 cm²から引くと、 $45 - 10 - 16 = 19$ より、

【ヒント問題①】 答え

19 cm²となる。



【解法 1】の図



【解法 2】の図

【解法 2】

10 cm²の面積が分かるので、10 cm²と16 cm²の比を利用して⑩ : ⑯としていくために、あえて縦の長さを求めず横の長さを5倍することで、比として面積を求めることもできる。10 : 16 : 19の比より、19 cm²となる。

面積と比例式②

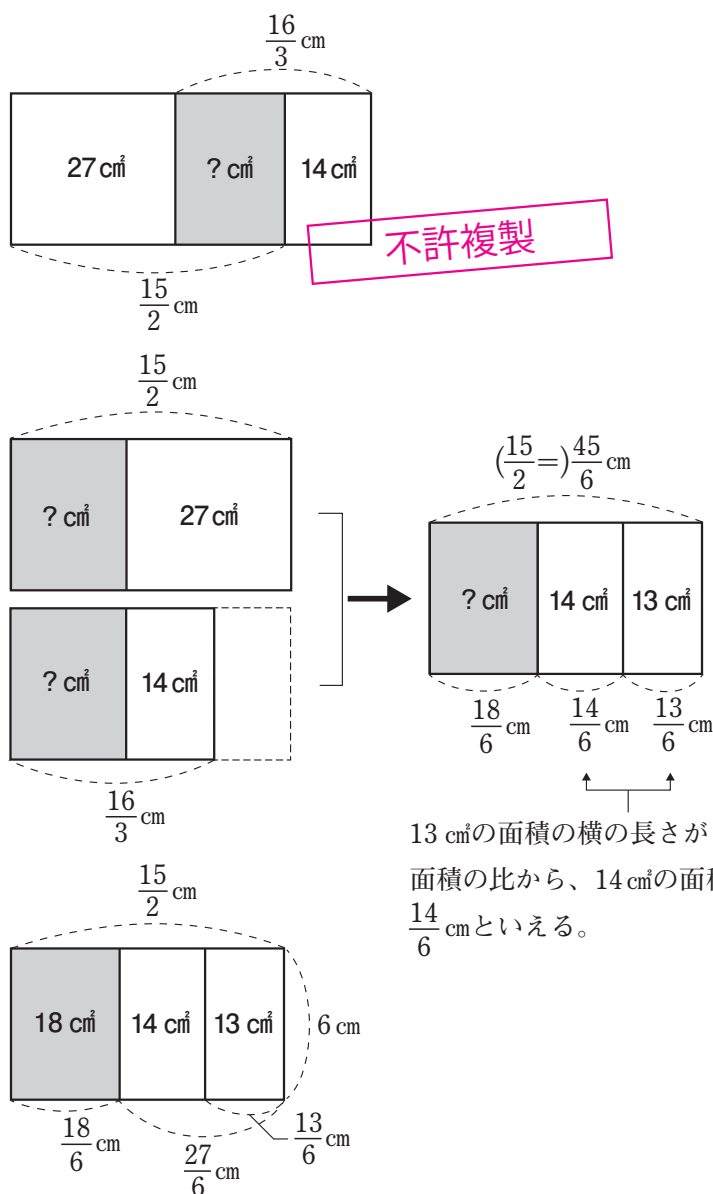
生徒ID

教室名

名前

解説

【ヒント問題①】のように、2つの共通部分が重なるように長方形を回転させて考えると、 13cm^2 の面積が分かる。 13cm^2 と 14cm^2 の面積の比から、 $\frac{13}{6}\text{cm}$ の長さに対して $\frac{14}{6}\text{cm}$ という長さが分かる。これを $(\frac{15}{2} =)\frac{45}{6}\text{cm}$ から引くと、 $\frac{18}{6}\text{cm}$ が計算できる。
底辺の比から、求める面積が 18cm^2 といえる。



縦が 6cm と分かるので、面積が 18cm^2 と計算してもよい。

解答

18cm^2



対称図形のウラ③

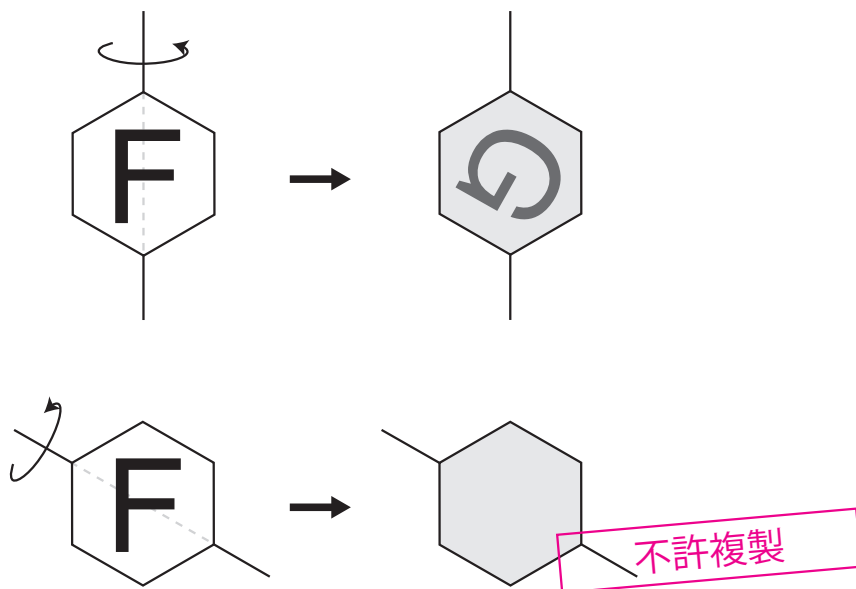
生徒ID

教室名

名前

問題

図のような六角形にかかれたFを対称線でうら返すとGがかかれていた。
別の対称線で折り返したときの図をかきなさい。



問題の意図

線対称の位置関係を把握する問題です。ひっくり返った位置関係をどうとらえると良いのか、実験しながら、その仕組みを発見していきましょう。



問 題

AさんとBさんの前にアメ玉が入った袋がたくさんある。

すべての袋の中には同じ数ずつアメ玉が入っていて、中を見ることはできない。

また、アメ玉の重さは1つ1 gとする。

Aさんが袋をいくつか取って計量計に乗せたところ 78 g だった。

次にBさんも袋をいくつか取って計量計に乗せたところ、138 g だった。

このとき、1つの袋に入っているアメ玉はいくつか、

考えられる数をすべて答えなさい。

ただし、1つの袋にはアメ玉が2個以上入っているものとし、袋の重さは無視する。

不許複製

問題の意図

ユークリッドの互除法を具体的な例で見てもらいたいと思います。2数の公約数を見つけるにあたって、引き算をすることの必然性を感じることができるでしょう。

少し下の級では、袋を不透明なものから透明なものにして見せています。6の倍数どうしを足しても引いても6の倍数ができあがることと、ユークリッドの互除法との関連を無理なく学べるよう工夫しています。

引き算と約数⑤

生徒ID

教室名

名前

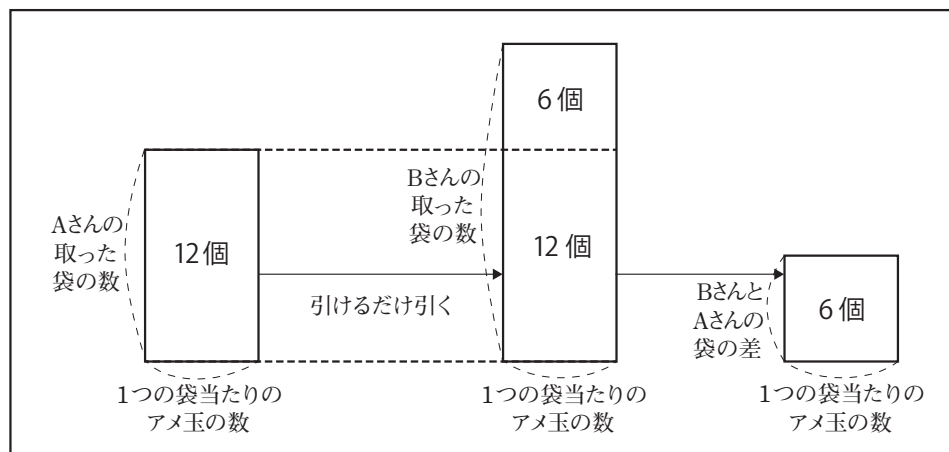
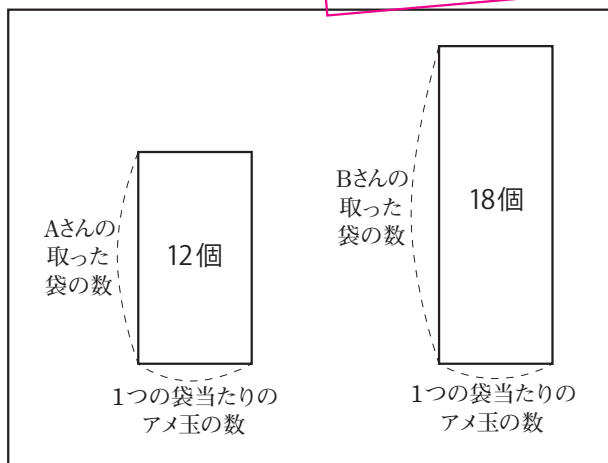
【ヒント問題①】

AさんとBさんの前にアメ玉が入った袋がたくさんある。すべての袋の中には同じ数ずつアメ玉が入っていて、中を見ることはできない。また、アメ玉の重さは1つ1gとする。Aさんが袋をいくつか取って計量計に乗せたところ12gだった。次にBさんも袋をいくつか取って計量計に乗せたところ、18gだった。このとき、1つの袋に入っているアメ玉はいくつか。以下のCさんの考え方を参考にして答えなさい。ただし、袋の重さは無視する。

【考え方】

Cさんは、袋に入ったアメ玉の重さが、(袋の数) × (1つの袋に入ったアメ玉の数) と等しいと考えて、次のような面積図を書いた。次に、Bさんのとったアメ玉の面積から、Aさんのとったアメ玉の面積を引いて、6の面積をつくった。

不許複製



1つの袋あたりのアメ玉の数は、面積6の長方形の横の長さに当たるので、考えられる1つの袋当たりのアメ玉の数は

の4通りと考えて、最後にア、イ、ウ、エがそれぞれ12、18を割り切ることができることを確認した。

ア、イ、ウ、エに当てはまるアメ玉の個数を答えなさい。

引き算と約数⑤

生徒ID

教室名

名前

解 説

【ヒント問題①】 のつづき

$6 = 1 \times 6$ または $6 = 2 \times 3$ なので、
考えられる長方形の横の長さは 1, 2, 3, 6 である。
よって、

【ヒント問題①】 答え

1個

2個

3個

6個

(順不同)

不許複製

※例えば、3 の倍数から 3 の倍数を引くと、残るのは 3 の倍数になる。ただし 0 も 3 の倍数とする。今回のような、2 つの「不明な数の倍数」を割り切ることができる「不明な数」(約数)を探すには、この特徴を使って数を小さくすれば探しやすいはずである。

18 と 12 の約数を探したいのであれば、 $18 - 12 = 6$ という計算をして出てくる 6 はやはり「何かの倍数」なので、考えられる約数は 1, 2, 3, 6 に限られる。

この約数を見つけやすいように、引き算を繰り返して数を小さくする操作を、ユークリッドの互除法と呼ぶ。

互除法 (互いに除いていく) という言葉の意味は【ヒント問題②】で確認しよう。

引き算と約数⑤

生徒ID

教室名

名前

【ヒント問題②】

AさんとBさんの前にアメ玉が入った袋がたくさんある。すべての袋の中には同じ数ずつアメ玉が入っていて、中を見ることはできない。また、アメ玉の重さは1つ1 gとする。Aさんが袋をいくつか取って計量計に乗せたところ84 gだった。次にBさんも袋をいくつか取って計量計に乗せたところ、390 gだった。このとき、考えられる1つの袋に入っている数の中で最大のものを求めたい。以下のCさんの考え方を参考にして答えなさい。

[考え方]

Cさんは、ユークリッドの互除法を使うことにした。

$$390 - 84 - 84 - 84 - 84 = \boxed{\text{ア}}$$

$$84 - \boxed{\text{ア}} = \boxed{\text{イ}}$$

$$\boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}} = \boxed{\text{ウ}}$$

$$\boxed{\text{イ}} - \boxed{\text{ウ}} = \boxed{\text{エ}}$$

$$\boxed{\text{ウ}} - \boxed{\text{エ}} - \boxed{\text{エ}} - \boxed{\text{エ}} - \boxed{\text{エ}} = 0$$

不許複製

Cさんにはこの計算の結果、答えが $\boxed{\text{エ}}$ だということが分かった。
ア, イ, ウ, エに当てはまる数を書きなさい。

解 説

【ヒント問題②】 答え

ア 54, イ 30, ウ 24, エ 6

※390 と 84 がある数 n の倍数であるなら、 $\boxed{\text{ア } 54}$ も数 n の倍数。

次に、84 と $\boxed{\text{ア } 54}$ が数 n の倍数なので、 $\boxed{\text{イ } 30}$ も数 n の倍数。

これを繰り返して $\boxed{\text{ア } 54}$ と $\boxed{\text{イ } 30}$ も数 n の倍数なので、 $\boxed{\text{ウ } 24}$ も数 n の倍数。

$\boxed{\text{イ } 30}$ と $\boxed{\text{ウ } 24}$ も数 n の倍数なので、 $\boxed{\text{エ } 6}$ も数 n の倍数。

$\boxed{\text{ウ } 24}$ と $\boxed{\text{エ } 6}$ について計算すると0が出てくるので、ここで終わりにする。

390 と 84 は両方とも $\boxed{\text{エ } 6}$ で割り切れることが分かった。

よって、390 と 84 の約数は1, 2, 3, 6になるが、

今回ある数 n はこの中で最大のものなので、6になる。

引き算と約数⑤

生徒ID

教室名

名前

解 説

【ヒント問題②】のつづき

何度も引き算を繰り返すように書くと式が長くなるので、
かけ算を使ってまとめておく。

$$390 - 84 - 84 - 84 - 84 = \boxed{\text{ア}} \longleftrightarrow 390 - 84 \times 4 = \boxed{\text{ア}}$$

$$84 - \boxed{\text{ア}} = \boxed{\text{イ}} \longleftrightarrow 84 - \boxed{\text{ア}} \times 1 = \boxed{\text{イ}}$$

$$\boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}} = \boxed{\text{ウ}} \longleftrightarrow \boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}} \times 1 = \boxed{\text{ウ}}$$

$$\boxed{\text{イ}} - \boxed{\text{ウ}} = \boxed{\text{エ}} \longleftrightarrow \boxed{\text{イ}} - \boxed{\text{ウ}} \times 1 = \boxed{\text{エ}}$$

$$\boxed{\text{ウ}} - \boxed{\text{エ}} - \boxed{\text{エ}} - \boxed{\text{エ}} - \boxed{\text{エ}} = 0 \longleftrightarrow \boxed{\text{ウ}} - \boxed{\text{エ}} \times 4 = 0$$

この計算は、

$$390 \div 84 = 4 \cdots \boxed{\text{ア}}$$

$$84 \div \boxed{\text{ア}} = 1 \cdots \boxed{\text{イ}}$$

$$\boxed{\text{ア}} \div \boxed{\text{イ}} = 1 \cdots \boxed{\text{ウ}}$$

$$\boxed{\text{イ}} \div \boxed{\text{ウ}} = 1 \cdots \boxed{\text{エ}}$$

$$\boxed{\text{ウ}} \div \boxed{\text{エ}} = 4 \cdots 0$$

不許複製

このように割り算と余りで書くこともできるが、最初は引き算で理解しておこう。

引き算と約数⑤

生徒ID

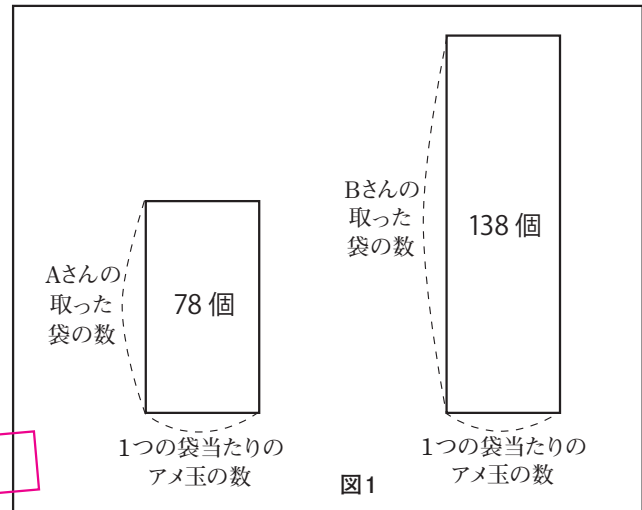
教室名

名前

解 答

AさんとBさんの取ったアメ玉の数を図にしてみる。

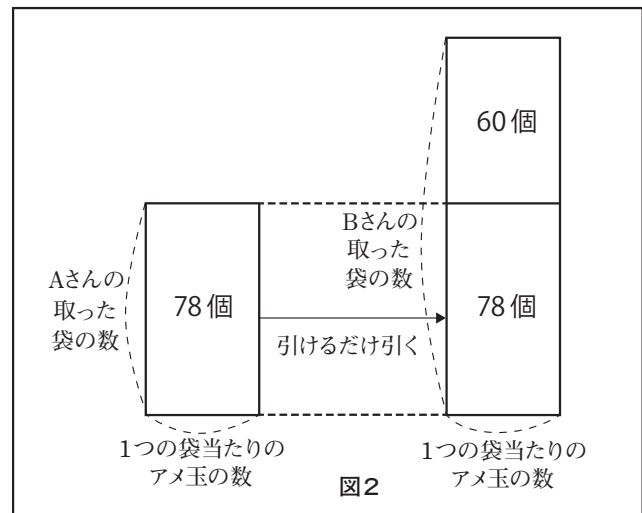
アメ玉の数は、(袋の数) × (1つの袋に入っているアメ玉の数) で求めることができるので、図1のようにアメ玉の数を面積として考えることができる。



不許複製

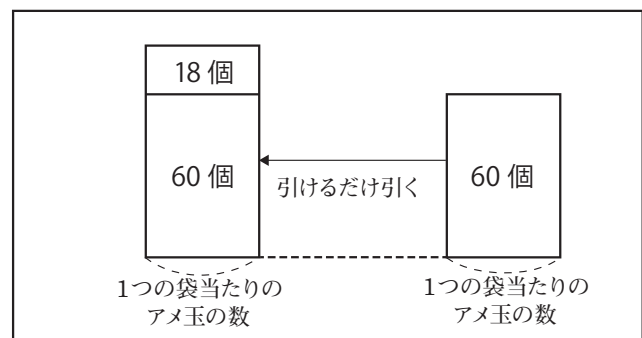
図2のように2つの図を重ね合わせて引けるだけ引いてみると、

$138 - 78 = 60$ になる。



続いて、図3のように78個のアメ玉の面積に60個のアメ玉の面積を

重ね合わせて引くと、 $78 - 60 = 18$ になる。



引き算と約数⑤

生徒ID

教室名

名前

解 答

【解 答】のつづき

さらに、60個のアメ玉の面積から
18個のアメ玉の面積を重ね合わせて
引いていくと、

不許複製

$$60 - 18 - 18 - 18 = 6$$

$6 = 2 \times 3$ だから、

(袋の数, 1つの袋に入ったアメ玉の数) = (1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1) の
どれかである。

袋の中には必ず2個以上のアメ玉が入っているので、

1つの袋に入ったアメ玉の数は2, 3, 6個のいずれかである。

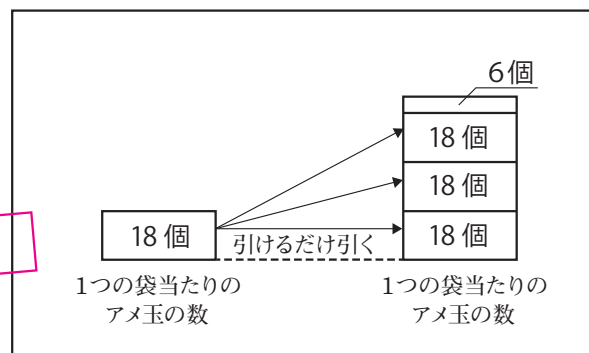
$78 = 6 \times 13$, $138 = 6 \times 23$ であるから、

確かに6は78, 138の両方を割り切ることができる。

また、78と138は6で割り切ることができるから、

当然2と3でも割り切ることができる。

2, 3, 6個



天秤⑧

クリア認定



生徒ID

教室名

名前

認定者()

問 題

天秤の片方に砂糖が置かれている。

砂糖を1gから1g刻みで量っていくことにする。

1g, 3g, 9g, 27gの重りが1つずつ用意されているとき、

1gから始まって、初めて量ることができなくなる重さはいくらか、答えなさい。

ただし、重りは天秤のどちらに置いてもいいことにする。砂糖と同じ皿にのせる場合は●を、砂糖の反対側の皿にのせる場合は○を書き込んで考えなさい。

置かない場合は空欄にしなさい。

		砂糖の量 (g)																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
重 り (g)	1	○	●		○	●															
	3		○	○	○	●															
	9					○															
	27																				

		砂糖の量 (g)																			
		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
重 り (g)	1																				
	3																				
	9																				
	27																				

不許複製

問題の意図

天秤(てんびん)を用いて三進法の引き算を許した記数法を学んでいきます。実際に手をうごかして表を完成させていくことで、実験的にものごとを調べていく基本姿勢が身に着くことでしょう。

表が完成されたとき、いくつかの規則性を見つけることもできます。また、他の二進法天秤、三進法天秤と比べてみると、たった4個のおもりで、1gから40gまでの重さを表現できるという興味深い問題です。



二項定理②

生徒ID

教室名

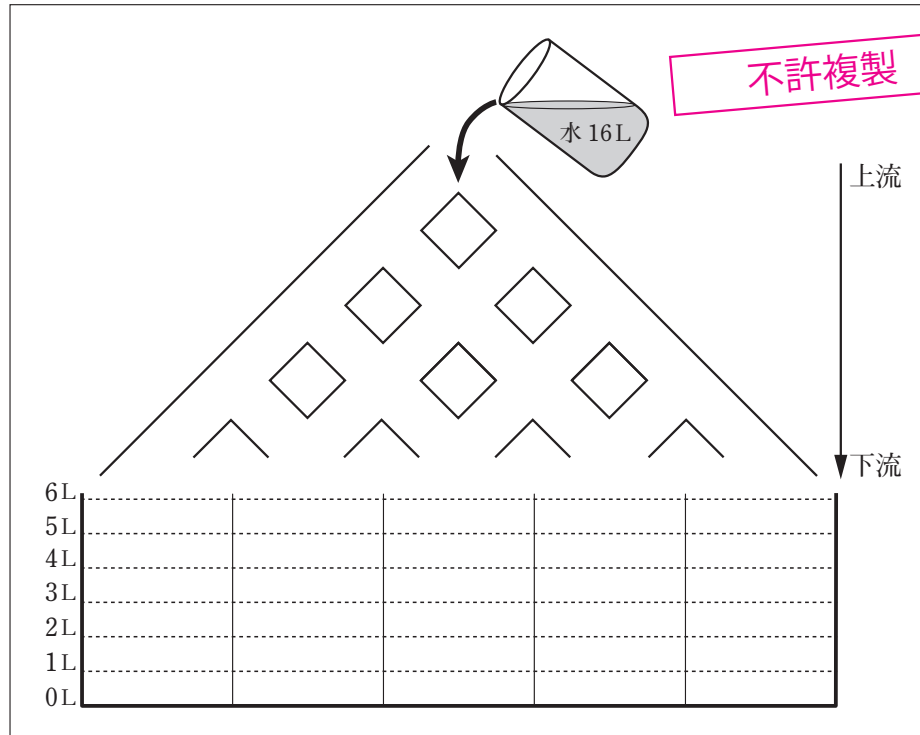
名前

問題

板に図のような水路を彫って、上流から水を 16 L 流した。

下流にはメモリのついたバケツを用意してある。全ての水が流れ切ったあと、それぞれのバケツに溜まった水は何 L か答えなさい。

ただし、左右に流水が分かれるたび、水は半分ずつに分かれて流れるものとする。



問題の意図

「道順の数え方」を通して、道順を実際に数えることで、二項定理の基本を学んできました。本問においては、目に見える場合の数を通して得られた比に従って、水が分配されるという場合の数から確率への変遷を体験して頂けると幸いです。

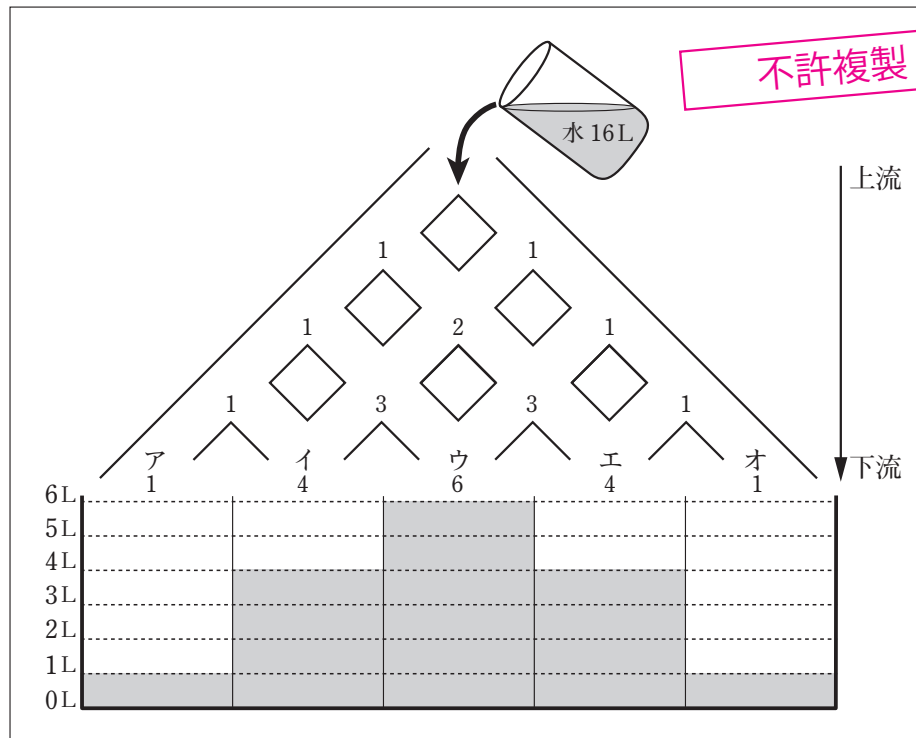
二項定理②

生徒ID

教室名

名前

解説



不許複製

道順の問題と同様に考える。

1滴の水滴が、左に進むか、右に進むかの選択を4回繰り返してたどり着く場所は、ア、イ、ウ、エ、オに限られる。それぞれの場所への最短の進み方は、左から1通り、4通り、6通り、4通り、1通りであるから、スタートから出発してア、イ、ウ、エ、オにたどり着く比は、 $1 : 4 : 6 : 4 : 1$ となる。よって16Lを $1 : 4 : 6 : 4 : 1$ の比に分けて、

解答

左から 1L, 4L, 6L, 4L, 1L

ドットを使って立体図形をかく⑧

クリア認定



生徒ID

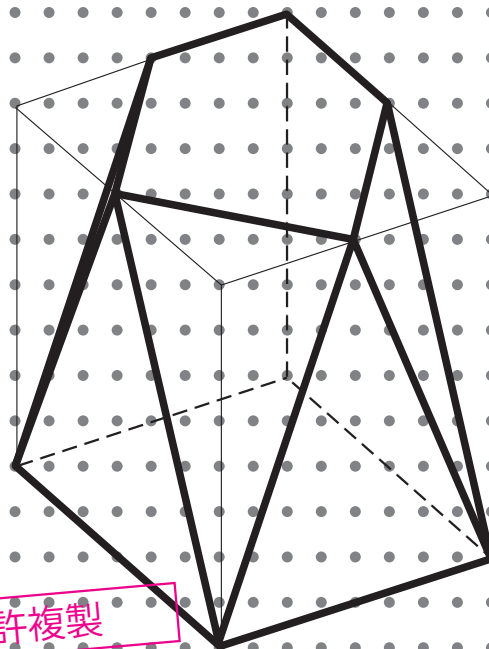
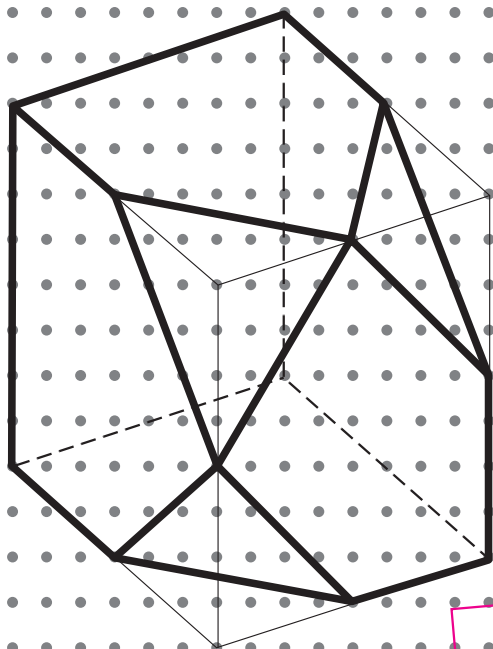
教室名

名前

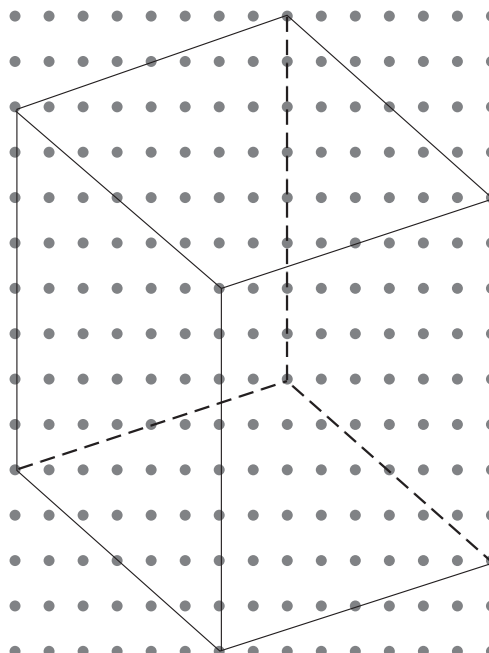
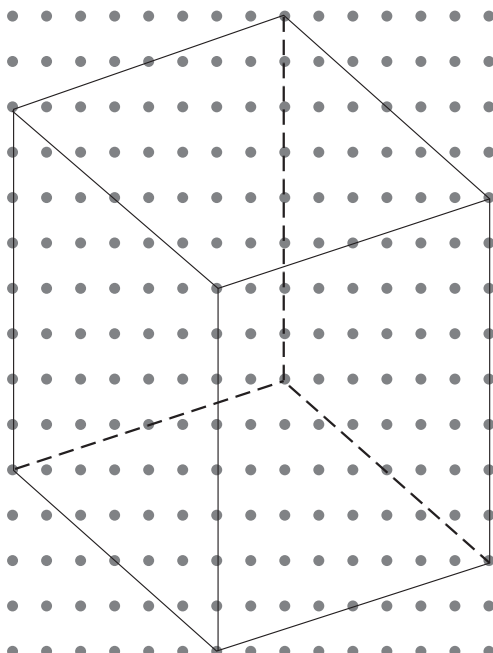
認定者()

問題

点を結んで、同じ図形をかきなさい。



不許複製



問題の意図

6級から続く「ドットを使って立体図形をかく」の問題です。

上の級になると、単に立体図形を描くだけでなく、立体図形の切口を扱うようになります。実際に手を動かして描いてみることで、立体図形の切断感覚をつかんでください。



平面が通過する立方体の個数②

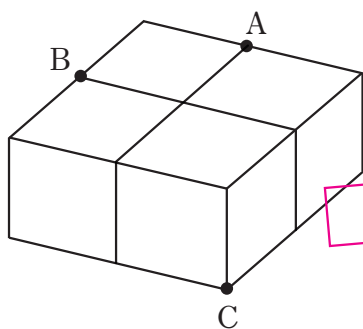
生徒ID

教室名

名前

問題

図のように、1辺が1 cmの立方体4個をすき間なく貼り合わせ、直方体をつくる。
この直方体を3点A、B、Cを通る平面で切断したとき、
切断される立方体は何個か、求めなさい。



不許複製

問題の意図

単純に、個数だけを答えて終わるだけではありません。

せっかくだから、切口を丁寧に扱えるようになりましょう。そのために、
どのように線を延長したら、切口の位置関係を確認することができるのか、
少しずつステップアップしながら理解していけるように、各級ごとに工夫を
しています。

平面が通過する立方体の個数②

生徒ID

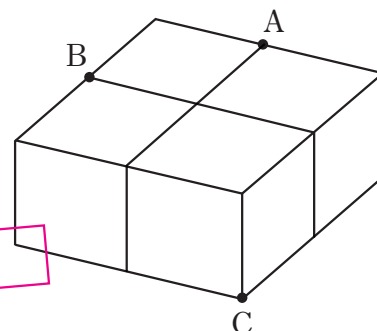
教室名

名前

問題

【ヒント問題①】

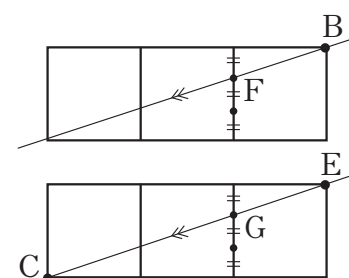
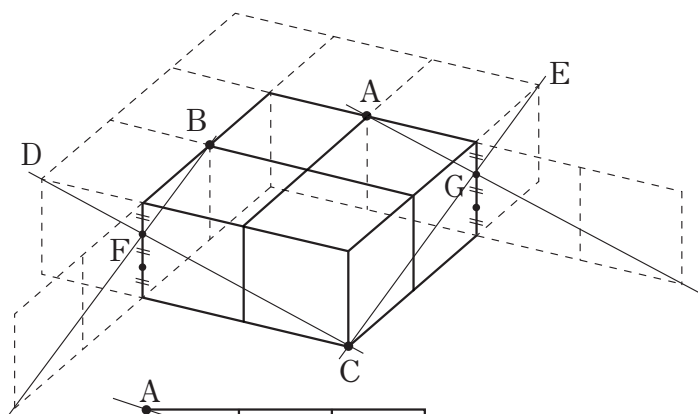
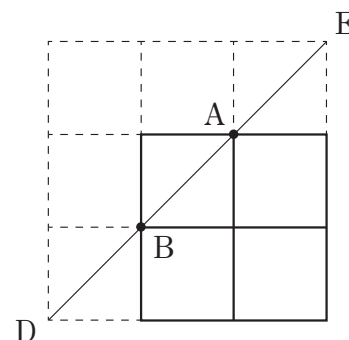
図のように、1辺が1cmの立方体をすき間なく貼り合わせ、直方体をつくる。
この直方体を3点A, B, Cを通る平面で切断したとき、
切り口を図示しなさい。



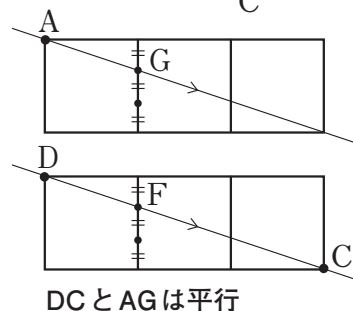
不許複製

解説

まず、真上から見た図を考えて、ABを延長し、
点Dと点Eの位置を確認する。
次に、DC, ECを結び点Fと点Gの位置を調べる。
DCとAGは平行、ECとBFは平行となっている
ことも注意しておこう。



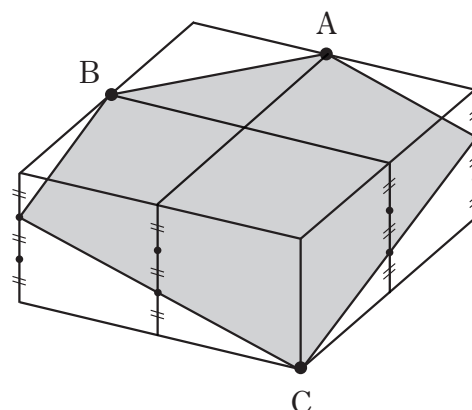
ECとBFは平行



DCとAGは平行

よって、切り口は右図のようになる。

【ヒント問題①】 答え



不許複製

平面が通過する立方体の個数②

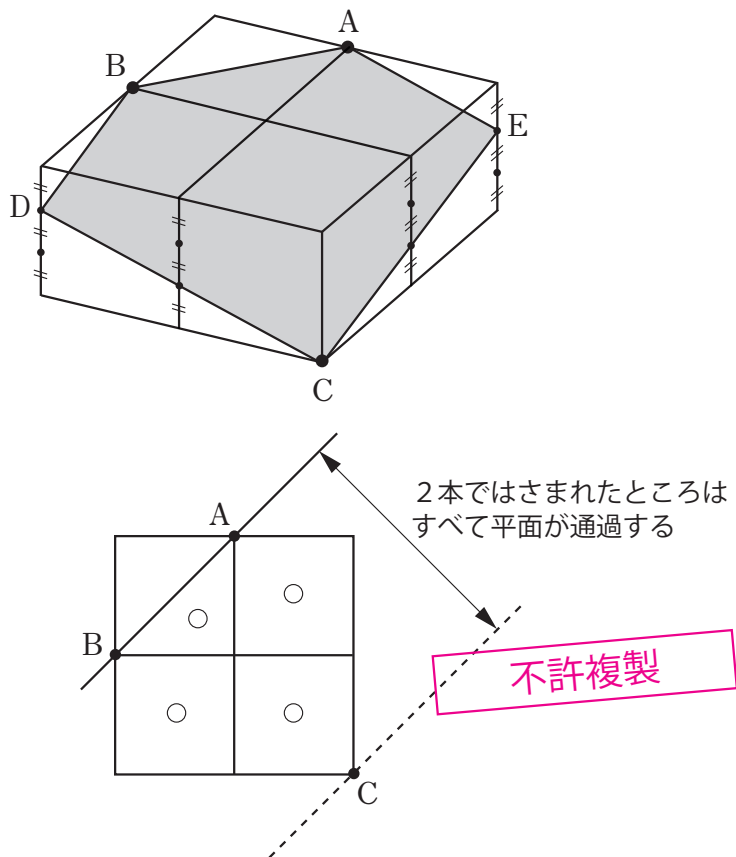
生徒ID

教室名

名前

解 説

【ヒント問題①】より、切り口が分かっているので、



解 答

4 個

合同パズル⑨

クリア認定



生徒ID

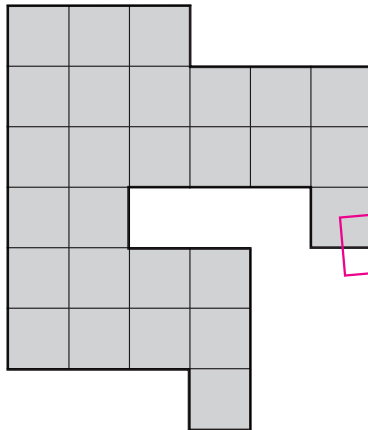
教室名

名前

認定者()

問題

次の図は、それぞれ3つの合同*な図形から成り立っている。
3つの合同な図形に分割しなさい。



不許複製

※「合同」とは、うら返したり、回転したりしてぴったり重なる図形をいう。

問題の意図

6級から続く「合同パズル」の問題です。
マスの個数を数えることで、面積として形を想像していけるようになってください。



問 題

すべて同じ重さのはかりと、重さ5のおもりを使って、下図のようなピラミッドをつくってみた。はかりには、0から9までのすべての整数が表示されている。

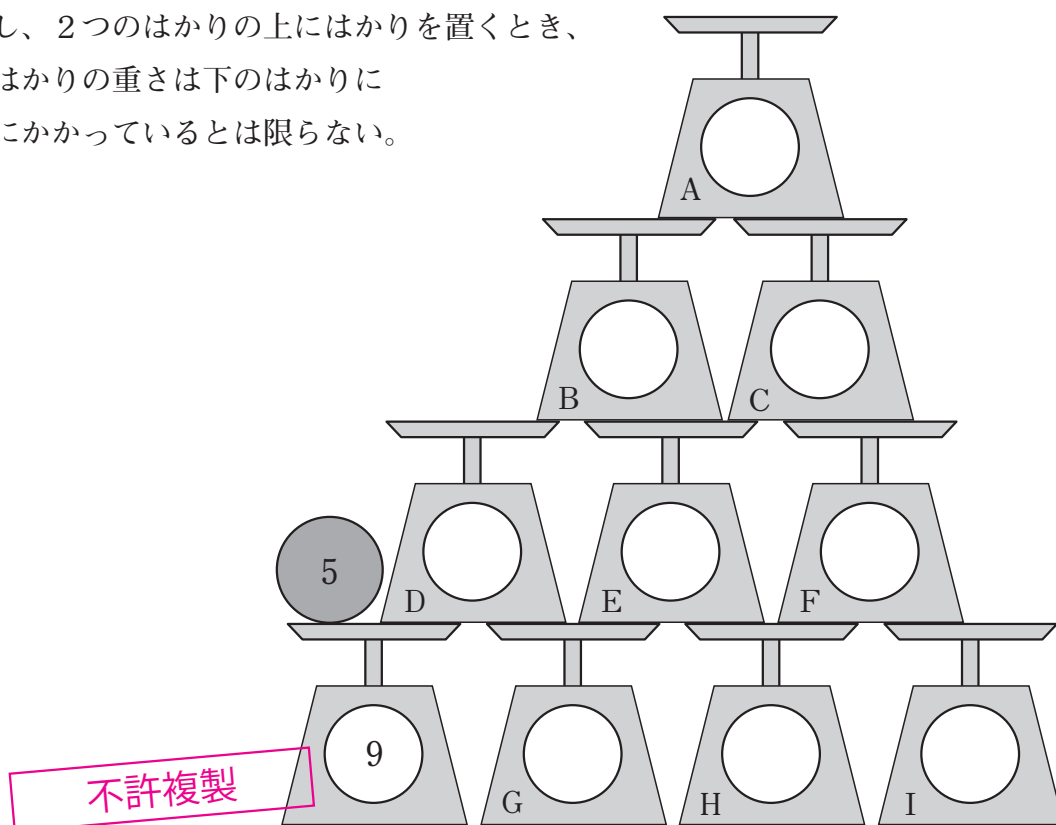
また、 $B < C$ ， $D < E < F$ ， $G < H < I$ が成り立つ。

このとき、空欄に当てはまる重さを書き込みなさい。

ただし、2つのはかりの上にはかりを置くとき、

上のはかりの重さは下のはかりに

均等にかかっているとは限らない。



問題の意図

問題を構成する条件が多くなっています。こうなるとでたために数を入れて、答えにたどり着くことは困難です。与えられた条件を1つずつ、扱えるものから切り崩していく。一步一步、確実に歩を進める論理的な思考が求められる問題です。はかり1つあたりの重さを求めることができれば、答えまでの道のりが見えてきます。



隠れた図形の数え方④

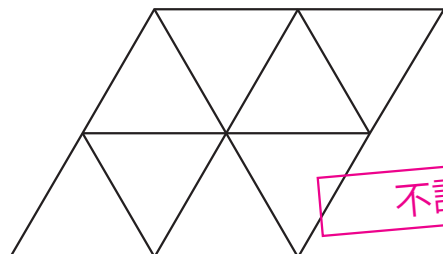
生徒ID

教室名

名前

問題

下の図形の中に隠れている平行四辺形は全部でいくつあるか、答えなさい。



不許複製

問題の意図

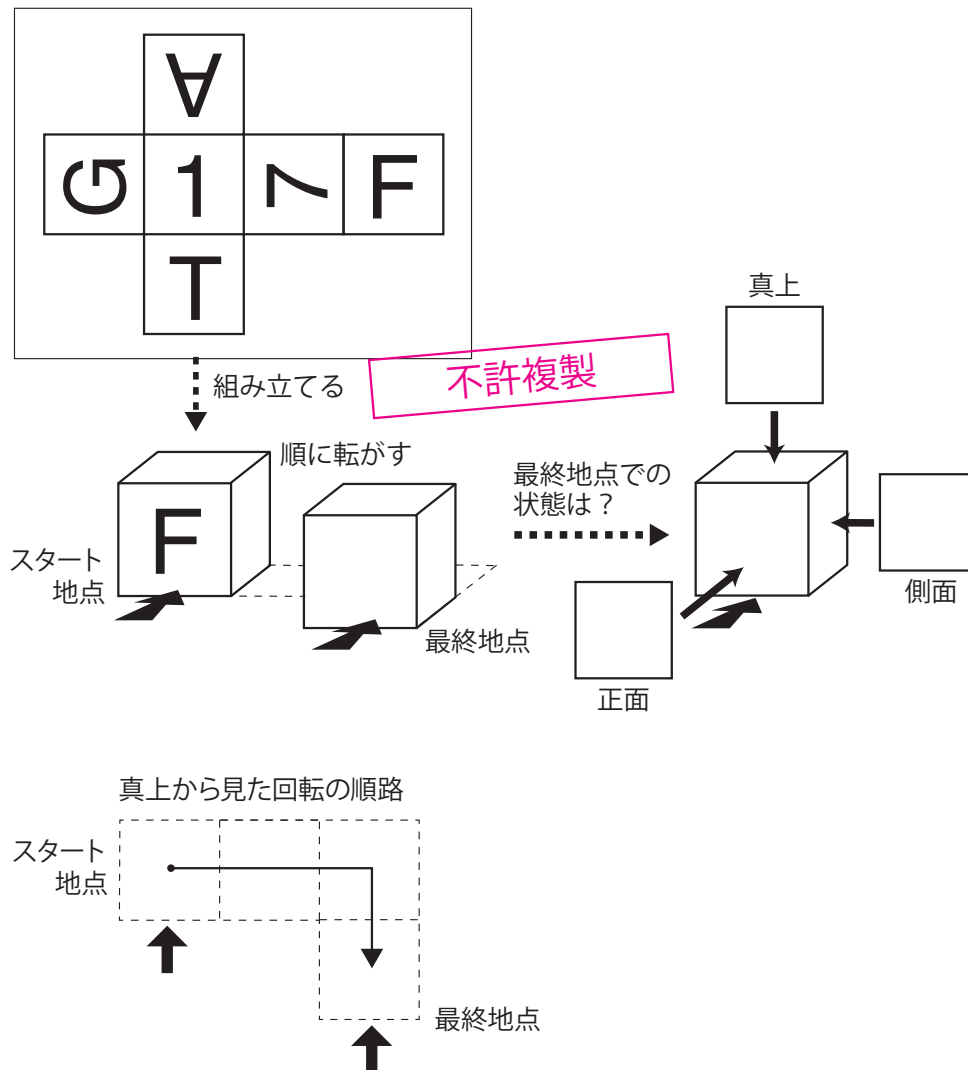
効率よく間違いがないように数える方法を学ぶ問題です。

「抜けがないよう、重複がないように数えた。」と自信をもって数え上げることができるようになるためには、適切に分けて数える必要があります。平行四辺形の性質をよく理解した上で、この問題をどう切り分けるのか、じっくり取り組んでください。



問題

次のような展開図を組み立ててできる立方体を、スタート地点から順に転がしたとき、最終地点での状態を図示しなさい。



問題の意図

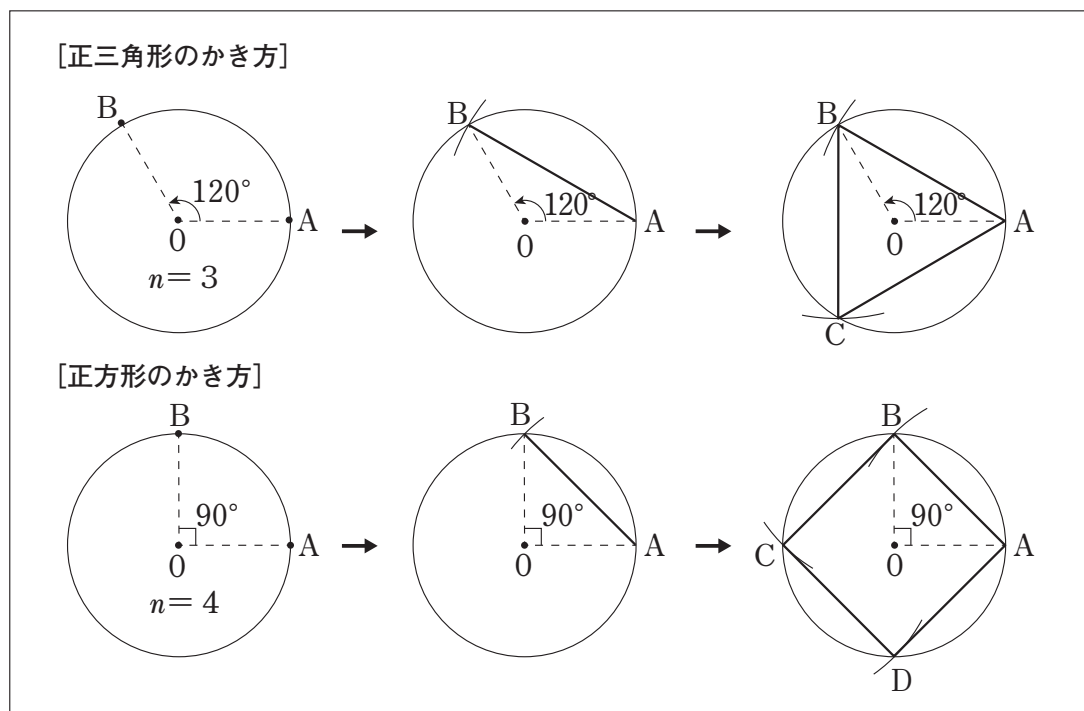
展開図から立方体の隣り合う面の位置関係を理解する必要がある問題です。3級からシリーズとして登場する問題ですが、まず展開図から立方体の面の位置関係を確認する手法と、組み立てた立体図形を転がす手法の2段階に分けて学べるよう工夫しています。想像が難しい場合は、実際に立方体を作って理解していきましょう。



問題

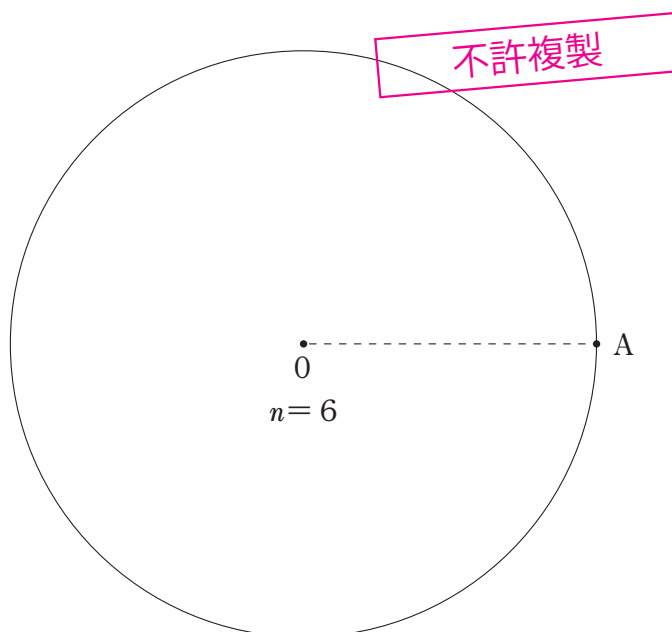
次の問いに答えなさい。

(1)次に示す、正三角形 ($n = 3$) と正方形 ($n = 4$) のかき方例にしたがい、円に内接する正 n 角形を作図しなさい。



手順① 360° を 3 等分または 4 等分する角度 $\angle AOB = 120^\circ$ 、または $\angle AOB = 90^\circ \cdots$ を分度器で測る。

手順②コンパスで弦 AB を測り、順に $C, D, E, \cdots$ をとる。





生徒ID

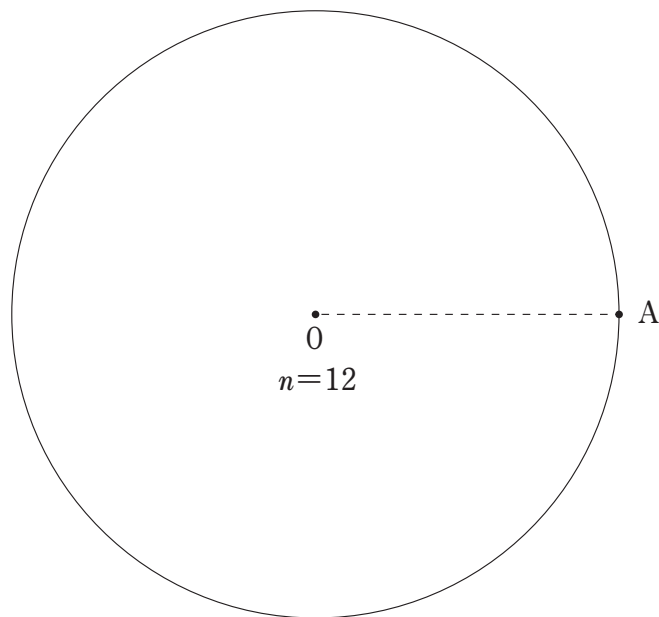
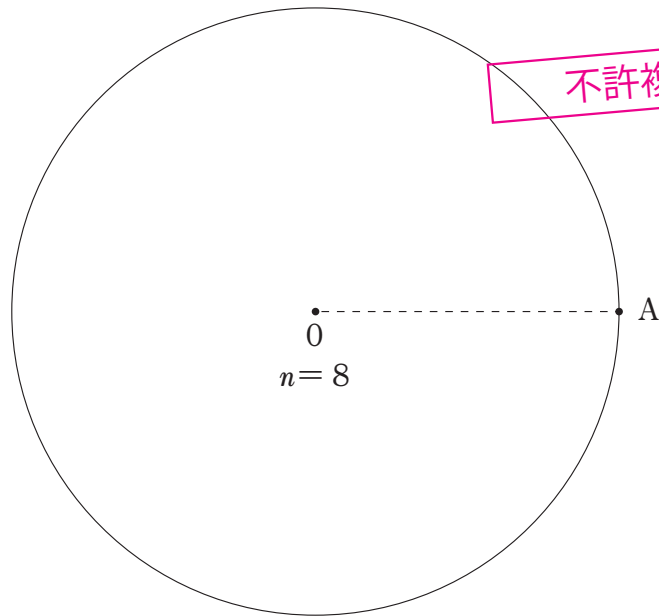
教室名

名前

問題

問題のつづき 2

不許複製





円に内接する正多角形

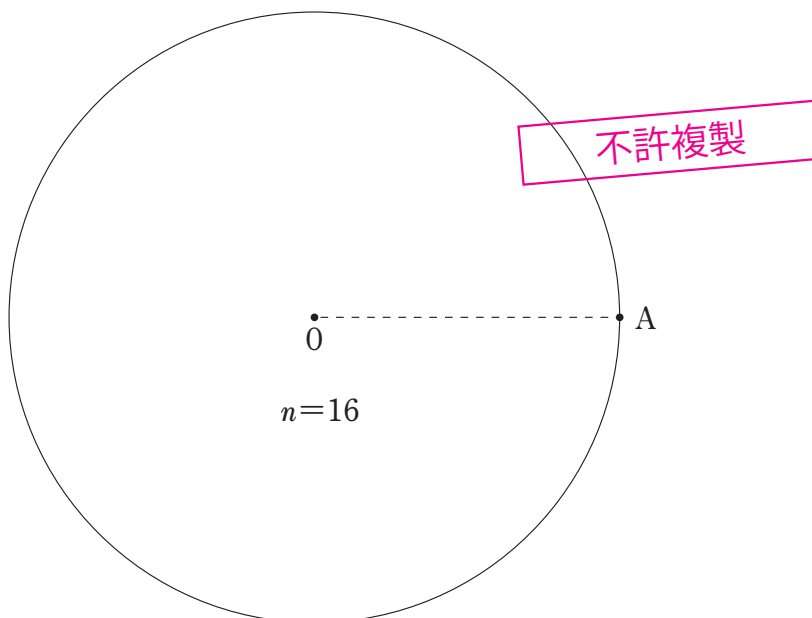
生徒ID

教室名

名前

問題

問題のつづき 3



- (2) 正 3, 6, 12, 24 … 角形と、正 4, 8, 16, 32 … 角形は、コンパスだけで作図可能だが、その方法を考察しなさい。

問題の意図

作図におけるコンパスと分度器の基本的な扱い方を確認しながら、 90° 60° 30° 45° 22.5° と、私たちが扱いやすい角度を覚えていきます。
また、円に内接する正多角形は、円の面積や弧の長さの近似の歴史の重要な部分でもあります。



素数を探せ

生徒ID

教室名

名前

問題

2, 3, 4, 5 の 4 枚のカードの中から 3 枚を選び、並べ替えをして 3 桁の整数をつくる。つくられた整数の中で、素数であるものをすべて求めなさい。

不許複製

問題の意図

素数を考える上で、2 の倍数の消去, 3 の倍数の消去, 5 の倍数の消去…という手順を踏むことは大切です。6 級から 2 級にかけて学んできた「倍数」, 「余り」という整数問題に対する基本的な考え方の最終確認となる問題です。